

№ 6.6

Дано:

$$U_{\varphi} = C \cdot \text{sinc}\left(\frac{ka}{2}\right)$$

$$\lambda = 0,4 - 0,7 \text{ мкм}$$

$$a = 10^{-8} \text{ см}$$

$$C = 5 \cdot 10^3 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$U_{\varphi} - ?$$

$$\lim U_{\varphi} - ?$$

графики

норм. или аном?

Решение:

$$1) (*) U_{\varphi} = U_{\varphi}(\lambda) = C \cdot \text{sinc}\left(\frac{ka}{2}\right) = \left\{ k = \frac{2\pi}{\lambda} \right\} =$$

$$= C \cdot \text{sinc}\left(\frac{\pi a}{\lambda}\right)$$

Используем формулу Рунд:

$$U_{\varphi} = U_{\varphi} - \lambda \frac{\partial U_{\varphi}}{\partial \lambda} = C \cdot \text{sinc}\left(\frac{\pi a}{\lambda}\right) - C \lambda \cdot \frac{-\frac{\pi a^2}{\lambda^3} \cos\left(\frac{\pi a}{\lambda}\right)}{\lambda}$$

$$- \left(-\frac{\pi a}{\lambda^2} \right) \sin\left(\frac{\pi a}{\lambda}\right) = C \cdot \text{sinc}\left(\frac{\pi a}{\lambda}\right) + C \lambda \left(\frac{1}{\lambda} \cos\left(\frac{\pi a}{\lambda}\right) + \frac{1}{\lambda a} \sin\left(\frac{\pi a}{\lambda}\right) \right)$$

$$= C \cdot \text{sinc}\left(\frac{\pi a}{\lambda}\right) - C \cdot \text{sinc}\left(\frac{\pi a}{\lambda}\right) + C \cdot \cos\left(\frac{\pi a}{\lambda}\right) =$$

$$= C \cdot \cos\left(\frac{\pi a}{\lambda}\right).$$

$$2) U_{\varphi} = U(k) (*)$$

(*) и (**) эквивалентны

Дисперсионное уравнение:

$$\omega(k) = k \cdot U_{\varphi}(k) = \frac{2\pi \sin\left(\frac{ka}{2}\right)}{a}$$

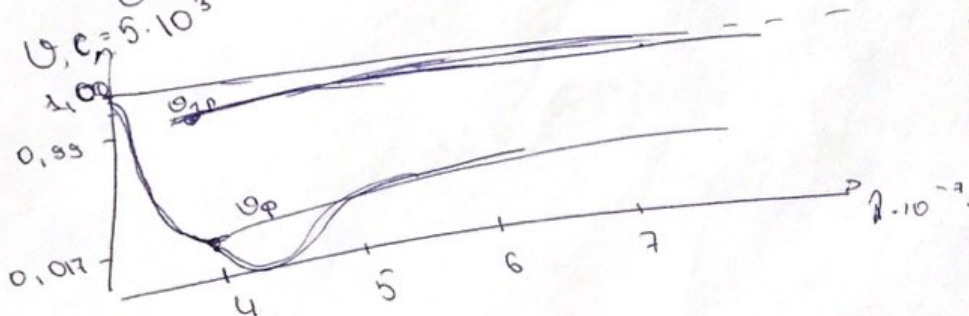
$$U_{\varphi} = \left\{ \text{по оп-ции} \right\} = \frac{d\omega(k)}{dk} = U_{\varphi}(k) + k \cdot \frac{dU_{\varphi}(k)}{dk} \quad C \cdot \cos\left(\frac{ka}{2}\right) =$$

$$= C \cdot \cos\left(\frac{\pi a}{\lambda}\right)$$

$$\lim_{\frac{\lambda}{a} \rightarrow \infty} U_{\varphi} = C.$$

$$\frac{\lambda}{a} \rightarrow \infty$$

Можно построить графики и сравнить U_{φ} и U_{φ}' :



$$U_{\varphi}' > U_{\varphi}$$

Дисперсия
аномальная.